

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



1. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:

- Za vpis napačnega odgovora se točke lahko odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zadostuje ena.

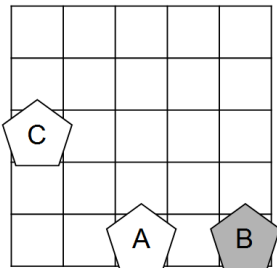
Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKA STOPNJA TEKMOVANJA 2023-24

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo. Zadnji primer (11.) je že rešen.

- $\exists x \text{ bel}(x)$
- $\exists x(\neg \text{bel}(x))$
- $\neg(\exists x \text{ kvadrat}(x))$
- $\neg(\exists x(\neg \text{petkotnik}(x)))$
- $\exists x\forall y \neq x(\text{nad}(x,y))$
- $\exists x\forall y \neq x(\text{desno od}(x,y))$
- $\forall x\exists y \neq x(\text{bel}(x) \vee \text{siv}(y))$
- $\forall x\exists y \neq x(\neg \text{trikotnik}(x) \vee \neg \text{trikotnik}(y))$
- $\exists x\forall y \neq x(\neg \text{trikotnik}(x) \vee \text{kvadrat}(y))$
- $\exists x\forall y \neq x(\neg \text{bel}(x) \vee \text{bel}(y))$
- $\text{nad}(C,B)$



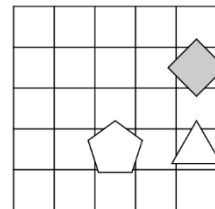
Oznaki:
R - resnično
N - neresnično

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
R	R	R	R	R	R	N	R	R	R	R

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- N 1. kvadrat (C) \leftrightarrow siv (B)
R 2. kvadrat (B) \vee siv (A)
R 3. petkotnik (C) \Rightarrow levo (B,C)



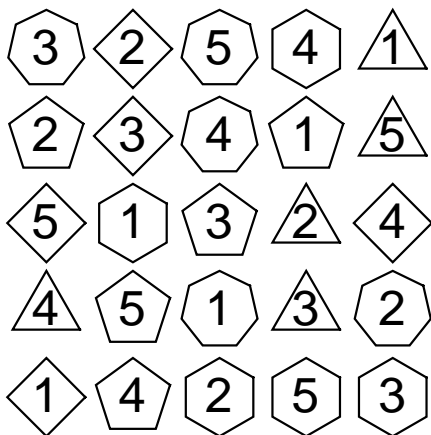
Opomba:
pod (A, B) - A je pod B

Oznaki:
R - resnično
N - neresnično

Izpolnjeni vsi pogoji:	CAB		
1. pogoj ni izpolnjen:	CBA		
2. pogoj ni izpolnjen:	BAC	ABC	

3. SUDOKU Z LIKI

V kvadratke vpiši števila od 1 do 5, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in vsakem liku vsa različna števila.



4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh vrst, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iste vrste. Srečamo prebivalce (A, B, C, D), ki podajo spodnje izjave. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

- A B-ju: Če si Matemček, potem sem jaz Temaček.
B C-ju: D je Temaček, če in samo če sem jaz Matemček.
C D-ju: A je Matemček ali jaz sem Temaček.

A je Temaček. B je Temaček.

C je Matemček. D je Matemček.

5. VITEZI IN OPRODE

vitezi – vedno povedo resnico
oprode – vedno lažejo

V deželi vitezov in oprod srečamo več oseb (osebe A, B, C, ...), ki zapovrstjo podajo izjave. Na podlagi povednega ugotovi, katera oseba je vitez in katera oproda.

- A: Sem vitez, če in samo če je D vitez.
B: E je vitez in C je oproda.
C: Če je D vitez, potem je A oproda.
D: E je vitez, če in samo če je B oproda.

A je oproda. B je oproda. C je vitez.

D je vitez. E je vitez.

6. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi – vedno povedo resnico
oprode – vedno lažejo
vohuni – kakor kdaj

V deželi lažnivcev živijo vitezi, oprode in vohuni. Srečamo več oseb (osebe A, B, C, ...), ki zapovrstjo podajo izjave. Med njimi je največ en vohun. Na osnovi povedanega ugotovi, kdo je vitez, oproda ali vohun.

- A: A je oproda ali B je oproda.
B: Če je B vohun, potem je C oproda.
C: B je vitez, če in samo če je D oproda.
D: B je oproda in C je oproda.

A je vohun. B je vitez.

C je vitez. D je oproda.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



2. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:

- Za vpis napačnega odgovora se točke lahko odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zapiši vse.

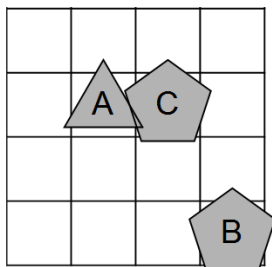
Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKA STOPNJA TEKMOVANJA 2023-24

1. SVET

Ugotovi resničnostno vrednost danih stavkov. Oznako resničnosti (R ali N) stavkov zapiši v tabelo. Zadnji primer (11.) je že rešen.

- $\exists x \text{ bel}(x)$
- $\exists x(\neg \text{bel}(x))$
- $\neg(\exists x \text{ kvadrat}(x))$
- $\neg(\exists x(\neg \text{petkotnik}(x)))$
- $\exists x \forall y \neq x(\text{nad}(x,y))$
- $\exists x \forall y \neq x(\text{desno od}(x,y))$
- $\forall x \exists y \neq x(\text{bel}(x) \vee \text{siv}(y))$
- $\forall x \exists y \neq x(\neg \text{trikotnik}(x) \vee \neg \text{trikotnik}(y))$
- $\exists x \forall y \neq x(\neg \text{trikotnik}(x) \vee \text{kvadrat}(y))$
- $\exists x \forall y \neq x(\neg \text{bel}(x) \vee \text{bel}(y))$
- $\text{nad}(C,B)$



Oznaki:

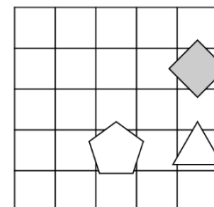
R - resnično
N - neresnično

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
N	R	R	N	N	R	R	R	R	R	R

2. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš vse možnosti, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- N 1. kvadrat (C) \Leftrightarrow siv (B)
R 2. kvadrat (B) \vee siv (A)
R 3. petkotnik (C) \Rightarrow levo (B,C)



Opomba:

pod (A, B) - A je pod B

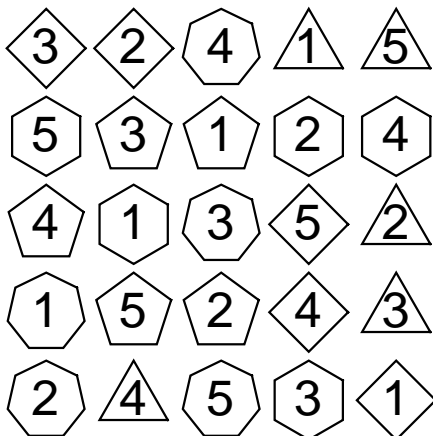
Oznaki:

R - resnično
N - neresnično

Izpolnjeni vsi pogoji:	CAB		
2. pogoj ni izpolnjen:	BAC	ABC	
3. pogoj ni izpolnjen:	ACB		

3. SUDOKU Z LIKI

V kvadratke vpiši števila od 1 do 5, tako da bodo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in vsakem liku vsa števila.



4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh vrst, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iste vrste. Srečamo prebivalce (A, B, C, D, E), ki podajo spodnje izjave. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

- A B-ju: C je Matemček in jaz sem Temaček.
B C-ju: Če sem Temaček, potem je E Temaček.
C D-ju: B je Temaček in A je Matemček.
D E-ju: Sem Temaček ali B je Matemček.

A je Matemček. B je Temaček. C je Temaček.

D je Temaček. E je Temaček.

5. VITEZI IN OPRODE

vitezi – vedno povedo resnico

oprode – vedno lažejo

V deželi vitezov in oprod srečamo več oseb (osebe A, B, C, ...), ki zapovrstjo podajo izjave. Na podlagi povednega ugotovi, katera oseba je vitez in katera oproda.

- A: Sem oproda ali je E vitez.
B: E je oproda, če in samo če je C oproda.
C: D je oproda, če in samo če je A vitez.
D: E je vitez ali sem jaz oproda.

A je vitez. B je oproda. C je oproda.

D je vitez. E je vitez.

6. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi – vedno povedo resnico

oprode – vedno lažejo

vohuni – kakor kdaj

V deželi lažnivcev živijo vitezi, oprode in vohuni. Srečamo več oseb (osebe A, B, C, ...), ki zapovrstjo podajo izjave. Med njimi je največ en vohun. Na osnovi povedanega ugotovi, kdo je vitez, oproda ali vohun.

- A: A je oproda ali B je oproda.
B: Če je B vohun, potem je C oproda.
C: B je vitez, če in samo če je D oproda.
D: B je oproda in C je oproda.

A je vohun.

B je vitez

C je vitez.

D je oproda.



3. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:

- Za vpis napačnega odgovora se točke lahko odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zadostuje ena.

Čas reševanja:
45 minut

ŠOLSKA STOPNJA TEKMOVANJA 2023-24

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- **Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/2$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- **Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, $1/2$ in 0 enaka 0, $1/2$ in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	$1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	1	$1/2$	1	1	$1/2$
$1/2$	0	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

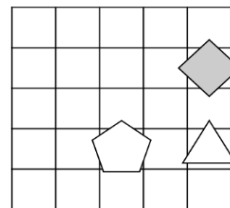
VERJETNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/3$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) ∧ Bel(C)* enaka $1/6$.

1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš **vse možnosti**, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- N 1. kvadrat (C) \Leftrightarrow siv (B)
R 2. kvadrat (B) \vee siv (A)
R 3. petkotnik (C) \Rightarrow levo (B,C)



Opomba:
pod (A, B) - A je pod B

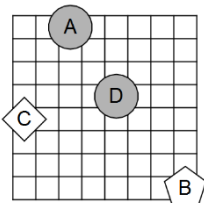
Oznaki:
R - resnično
N - neresnično

	△	⬠	◇
Vsi pogoji izpolnjeni:	CAB		
1. pogoj ni izpolnjen:	CBA		
3. pogoj ni izpolnjen:	ACB		

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

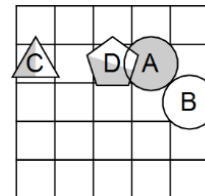
$1/2$	1. kvadrat (A) \vee \neg siv (D)
1	2. \neg bel (C) \Rightarrow trikotnik (A)
$1/2$	3. \neg kvadrat (A) \Leftrightarrow \neg kvadrat (D)
$1/2$	4. kvadrat (B) \vee \neg petkotnik (D)
0	5. trikotnik (C) \wedge kvadrat (D)
0	6. \neg (\neg kvadrat (A) \vee \neg siv (C))
1	7. \neg (siv (D) \wedge petkotnik (C))
0	8. \neg (\neg kvadrat (C) \Rightarrow kvadrat (A))



3. VERJETNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

0	1. trikotnik (C) \wedge kvadrat (C)
0	2. kvadrat (B) \wedge kvadrat (C)
0	3. \neg bel (C) \wedge petkotnik (C)
$1/2$	4. \neg bel (D) \vee \neg trikotnik (C)
$1/3$	5. siv (B) \vee trikotnik (A)
$2/3$	6. trikotnik (A) \vee \neg siv (D)
$1/3$	7. petkotnik (A) \wedge \neg kvadrat (C)
0	8. trikotnik (D) \wedge \neg trikotnik (A)



4. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh vrst, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iste vrste. Srečamo prebivalce (A, B, C, D, E, F), ki podajo spodnje izjave. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

- A B-ju: D je Temaček ali E je Temaček.
B C-ju: Če je F Matemček, potem je A Temaček.
C D-ju: E je Matemček in A je Matemček.
D E-ju: C je Temaček in F je Matemček.
E F-ju: A je Temaček ali sem jaz Temaček.

A je Temaček. B je Temaček. C je Temaček.

D je Matemček. E je Temaček. F je Temaček

5. VITEZI, OPRODE, VOHUNI

vitezi – vedno povedo resnico
oprode – vedno lažejo
vohuni – kakor kdaj

V deželi lažnivcev živijo vitezi, oprode in vohuni. Srečamo več oseb (osebe A, B, C, ...), ki zapovrstjo podajo izjave. **Med njimi je največ en vohun.** Na osnovi povedanega ugotovi, kdo je vitez, oproda ali vohun.

- A: Če je D oproda, potem je A oproda.
B: A je vohun ali E je oproda.
C: Če je D vitez, potem je B vohun.
D: D je vohun in C je vohun.
E: C je oproda, če in samo če je B oproda.

A je vohun. B je vitez. C je vitez.

D je oproda. E je vitez.

MATHEMA LOGIČNA POŠAST



4. letnik SŠ
Ime in priimek:

POZOR:

- Za vpis napačnega odgovora se točke lahko odbijejo.
- Če rešitev ni, to zapiši.
- Če je rešitev več, zapiši vse.

ŠOLSKA STOPNJA TEKMOVANJA 2023-24

Čas reševanja:
45 minut

NAVODILA

- Lik v »svetu« je lahko trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv.
- Med liki nastopajo relacije: »A je **levo** od B« pomeni, da je središče lika A v stolpcu, ki je levo od stolpca, v katerem je središče lika B; »A je **pod** B« pomeni, da je središče lika A v vrstici, ki je pod vrstico, v kateri je središče lika B. Podobno velja za relaciji »je desno« in »je nad«.
- Resničnost** bomo označevali z 1 (ali R), **neresničnost** pa z 0 (ali N).

IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. Potem je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/2$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Vrednost sestavljenih izjav** je podana s tabelo na desni.
- Za **negacijo izjave** velja, da je vrednost negacij za 1, $1/2$ in 0 enaka 0, $1/2$ in 1.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	$1/2$	$1/2$	1	$1/2$	$1/2$
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	$1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$
$1/2$	1	$1/2$	1	1	$1/2$
$1/2$	0	0	$1/2$	$1/2$	$1/2$
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

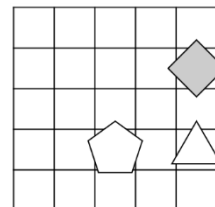
VERJETNOSTNA LOGIKA

- Če je lik A **krog**, pomeni, da oblika lika ni znana. V tem primeru je vrednost izjave *Trikotnik(A)* enaka $1/3$.
- Če je lik B **polovično obarvan** belo-sivo, to pomeni, da njegova barva ni določena. Potem je vrednost izjave *Siv(B)* enaka $1/2$.
- Pri **vrednosti sestavljenih izjav** veljajo pravila verjetnostnega računa. Pri tem upoštevamo, da je barva lika neodvisna od oblike. Primer: lik C je krog obarvan belo-sivo. Potem je verjetnost izjave *Trikotnik(C) \wedge Bel(C)* enaka $1/6$.

1. NEODVISNOST POGOJEV

Poišči imena likov (A, B in C), če so izpolnjeni dani pogoji (1, 2 in 3). Pokaži, da so pogoji neodvisni, tako da za vsak pogoj najdeš **vse možnosti**, ko ta pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Imena likov vpiši v spodnjo tabelo.

- N 1. kvadrat (C) \Leftrightarrow siv (B)
R 2. kvadrat (B) \vee siv (A)
R 3. petkotnik (C) \Rightarrow levo (B,C)



Opomba:

pod (A, B) - A je pod B

Oznaki:

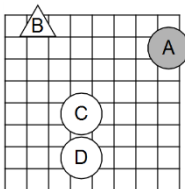
R - resnično
N - neresnično

Vsi pogoji izpolnjeni:	CAB		
1. pogoj ni izpolnjen:	CBA		
2. pogoj ni izpolnjen:	BAC	ABC	
3. pogoj ni izpolnjen:	ACB		

2. IZBRANA TROVREDNOSTNA LOGIKA

Izračunaj vrednosti izjav v izbrani trovrednostni logiki (uporabi tabelo zgoraj). Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

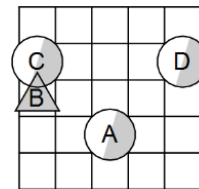
0	1. \neg trikotnik (B) \wedge \neg trikotnik (A)
$1/2$	2. \neg petkotnik (D) \vee \neg trikotnik (B)
0	3. siv (D) \wedge bel (B)
0	4. siv (B) \wedge \neg trikotnik (A)
$1/2$	5. \neg petkotnik (A) \vee \neg bel (C)
$1/2$	6. $\neg(\neg$ trikotnik (A) \Leftrightarrow trikotnik (C))
$1/2$	7. $\neg(\text{bel (B)} \Rightarrow \neg$ trikotnik (A))
1	8. $\neg(\text{siv (D)} \wedge \neg$ kvadrat (B))



3. VERJETNOSTNA LOGIKA

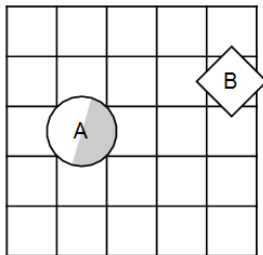
Izračunaj vrednosti izjav v verjetnostni logiki. Vrednost izjav zapiši v tabelo levo od izjave.

$2/3$	1. siv (C) \vee trikotnik (D)
$2/3$	2. \neg trikotnik (B) \vee \neg petkotnik (D)
0	3. \neg trikotnik (D) \wedge trikotnik (D)
$2/3$	4. \neg bel (A) \vee kvadrat (A)
1	5. trikotnik (B) \vee siv (D)
$1/3$	6. \neg trikotnik (B) \vee kvadrat (D)
$2/3$	7. siv (D) \vee kvadrat (A)
$2/3$	8. trikotnik (D) \vee bel (A)



4. VERJETNOSTNA LOGIKA - POGOJNA VERJETNOST

V danem svetu je slučajno izbran en lik, recimo mu X. Pogojno verjetnost dogodka E pri pogoju S označujemo $P(E|S)$. Izpolni spodnjo tabelo.



5. MATEMČKI IN TEMAČKI

V deželi Matemčkov in Temačkov živijo prebivalci dveh vrst, Matemčki in Temački. Pri pogovoru med njimi velja pravilo, da je izjava, ki jo da prebivalec drugemu, resnična natanko tedaj, kadar sta prebivalca iste vrste. Srečamo prebivalce (A, B, C, D, E in F), ki podajo spodnje izjave. Kateri prebivalec je Matemček in kateri je Temaček?

- A B-ju: Če je E Temaček, potem je F Matemček.
B C-ju: D je Temaček, če in samo če sem jaz Temaček.
C D-ju: F je Matemček, če in samo če je A Temaček.
D E-ju: F je Temaček in A je Temaček.
E F-ju: D je Temaček in A je Matemček.

- A je Temaček. B je Temaček. C je Matemček.
D je Matemček. E je Temaček. F je Matemček.

S	P(S)	$P(X = A S)$	$P(X = B S)$
siv(X)	$1/4$	1	0
\neg petkotnik(X)	$5/6$	$2/5$	$3/5$
bel(X) \wedge trikotnik(X)	$1/12$	1	0
siv(X) \vee trikotnik(X)	$1/3$	1	0